

- (2,5 bodu) Dokažte, že je-li  $G$  linegraf bipartitního grafu, pak  $G$  je perfektní.
- (2,5 bodu) Dokažte (bez použití slabé věty o perfektních grafech), že je-li  $G$  linegraf bipartitního grafu, pak  $\overline{G}$  je perfektní (hint: bez důkazu můžete použít Königovu větu, že velikost nejmenšího vrcholového pokrytí v bipartitním grafu je rovna velikosti největšího párování).
- (2,5 bodu) Dokažte, že jestliže  $G$  má alespoň dva vrcholy a  $G$  i  $\overline{G}$  je souvislý, pak  $G$  obsahuje cestu na 4 vrcholech jako indukovaný podgraf (hint: zamyslete se nad grafy  $G$  takovými, že  $G$  i  $\overline{G}$  je souvislý, ale pro nějaký vrchol  $v$  je graf  $G - v$  nesouvislý; a poté použijte indukci podle počtu vrcholů).
- (2,5 bodu) Dokažte, že jestliže  $G$  neobsahuje cestu na 4 vrcholech jako indukovaný podgraf, pak  $G$  je perfektní (můžete využít tvrzení z předchozího cvičení i pokud ho nevyřešíte).