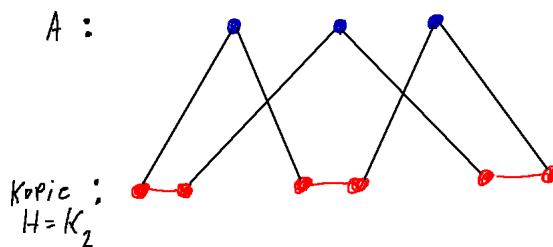


(2,5 bodu) Ukaŕte, ŕe jestliŕe H je linegraf nĕjakĕho multigrafu G , pak H neobsahuje $K_{1,3}$ jako indukovanĕ podgraf.

(2,5 bodu) Dokaŕte, ŕe Petersenův graf mĕ hranovou barevnost 4 (speciĕlnĕ tedy nejde hranovĕ obarvit 3 barvami).

(2,5 bodu) Nechť H je graf s n vrcholy a $\chi(H) \geq d$. Vytvořme nový graf G následujícím způsobem (na obrázku je nakreslen příklad pro $H = K_2$ a $d = 2$): Nechť A je množina $d(n - 1) + 1$ izolovaných vrcholů. Pro každou podmnoŕinu $B \subseteq A$ velikosti n přidejme do G kopii grafu H a perfektní párování mezi B a vrcholy této kopie. Ukaŕte, ŕe $\chi(G) \geq d + 1$.



(2,5 bodu) S použitím předchozího cvičení ukaŕte, ŕe pro každĕ $d \geq 1$ existuje d -degenerovanĕ graf neobsahujícĕ ŕádnĕ cyklus dĕlky nejvĕŕše 5, kterĕ se nedĕ obarvit d barvami.