

- (2,5 bodu) Ukažte, že každý graf neobsahující  $K_4$  jako minor lze obarvit třemi barvami (hint: použijte poslední cvičení z třetího domácího úkolu).
- (2,5 bodu) Necht'  $\Sigma$  je pevně zvolená plocha. Navrhněte algoritmus s polynomiální časovou složitostí, který pro libovolný graf  $G$  nakreslitelný na  $\Sigma$  rozhodne, zda ho lze obarvit 7 barvami (hint: rozlište případy, kdy  $\delta(G) \leq 6$  a  $\delta(G) \geq 7$ ).
- (2,5 bodu) Určete největší  $n$  takové, že  $K_{n,n}$  lze nakreslit na torus (a dokažte, že pro větší  $n$  to nelze).
- (2,5 bodu) Kolika různými (navzájem nehomeomorfními) způsoby lze nakreslit  $K_4$  na torus? (Hint: kružnici lze na torus nakreslit dvěma způsoby – tak, že ohraničuje disk, nebo tak, že rozstříhnutím toru podle této kružnice vznikne válec.)