

(2,5 bodu) Necht'  $M_1$  je *maximální* párování v grafu  $G$  a  $M_2$  je *největší* párování ve stejném grafu. Ukažte, že vždy platí  $|M_2| \leq 2|M_1|$ .

(2,5 bodu) Najděte graf, v němž existuje maximální párování  $M_1$  a největší párování  $M_2$  takové, že  $|M_2| = 2|M_1|$ .

(2,5 bodu) Necht'  $M$  je (ne nutně perfektní) párování v grafu  $G$  a  $C$  je kytka v  $G$  vůči tomuto párování. Ukažte, že má-li  $G/C$  perfektní párování, pak i  $G$  má perfektní párování.

(2,5 bodu) Najděte graf  $G$ , párování  $M$  v  $G$  a kytku  $C$  vůči tomuto párování takovou, že  $G$  má perfektní párování, ale  $G/C$  perfektní párování nemá.

Definice:

- Párování  $M$  v grafu  $G$  je *maximální*, jestliže ho žádné větší neobsahuje jako podmnožinu.
- Pro kytku  $C$  v grafu  $G$  (vůči nějakému párování),  $G/C$  označuje graf vzniklý kontrakcí květu  $C$ .
- Párování v grafu  $G$  je *perfektní*, jestliže pokrývá všechny vrcholy, tj. má velikost  $|V(G)|/2$ .