

Kontrahovatelné hrany a minory

16. března 2021

Věta (Tutte)

G 3-souvislý, $|V(G)| \geq 5 \Rightarrow$ existuje hrana $e \in E(G)$ tž. G/e je 3-souvislý.

Lemma

Jestliže G/e je 3-souvislý a $\delta(G) \geq 3$, pak G je 3-souvislý.

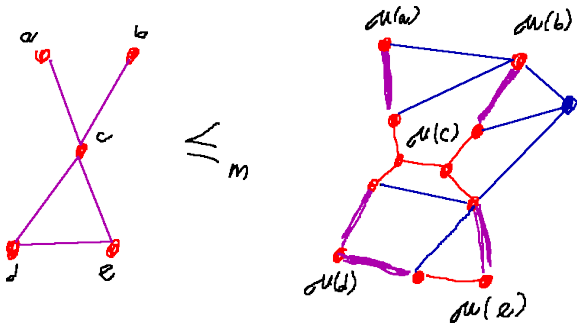
Minor grafu vznikne kontrakcí hran a mazáním hran a vrcholů.

Lemma

H je minor G , právě když existuje funkce μ zobrazující

- vrcholy H na vrcholově disjunktí souvislé podgrafy G , a
- každou hranu $uv \in E(H)$ na hranu G s konci v $\mu(u)$ a $\mu(v)$.

μ : *model* H v G .



- 1 Necht' $\delta(H) \leq 3$. Jestliže $H \preceq_m G$, pak G obsahuje podrozdělení H .
- 2 Najděte graf obsahující K_5 jako minor, ale ne jako podrozdělení.
- 3 Ukažte, že jestliže $K_5 \preceq_m G$, pak G obsahuje podrozdělení K_5 nebo $K_{3,3}$.
- 4 Necht' $G = G_1 \cup G_2$ je 2-souvislý a $V(G_1 \cap G_2) = \{u, v\}$. Ukažte, že:
 - $G_1 + uv$ je minor G .
 - Jsou-li grafy $G_1 + uv$ a $G_2 + uv$ rovinné, pak G je rovinný.

Nechť $\delta(H) \leq 3$. Jestliže $H \preceq_m G$, pak G obsahuje podrozdělení H .

Najděte graf obsahující K_5 jako minor, ale ne jako podrozdělení.

Ukažte, že jestliže $K_5 \preceq_m G$, pak G obsahuje podrozdělení K_5 nebo $K_{3,3}$.

Nechť $G = G_1 \cup G_2$ je 2-souvislý a $V(G_1 \cap G_2) = \{u, v\}$.

Ukažte, že:

- $G_1 + uv$ je minor G .
- Jsou-li grafy $G_1 + uv$ a $G_2 + uv$ rovinné, pak G je rovinný.