

Špion. [spy] Stali jste se špiony a potřebujete svým kolegům pomocí telegrafu spolehlivě přenést zprávu. Nicméně nejste tak zdatní telegrafisté, a hrozí, že se při zadávání sedmiznakové zprávy jednou spletete. S kolegy máte domluvenou následující generující matici:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Určete parametry použitého kódu.
- Nalezněte kontrolní matici tohoto kódu.
- Zakódujte zprávy 5 a 9. Číslice posíláte jednotlivě a kódujete binárním zápisem (přičemž bity jsou seřazené od nejméně významného po nejvíce významný).
- Obdrželi jste zprávy 1100100, 1111111 a 0110010. Dekódujte je. Pokud při odesílání či přenosu nastala chyba, opravte ji a určete, na jaké pozici nastala. [7b]

Tři barvy a trojúhelník. [ramsey1] Hrany úplného grafu K_n obarvíme třemi barvami. Dokažte, že pokud je $n \geq 17$, bude K_n obsahovat jednobarevný trojúhelník pro libovolné obarvení. [5b]

Kolik je $R(4, 3)$? [ramsey2] Označme $R(k, \ell)$ nejmenší přirozené číslo N takové, že každý graf s N vrcholy obsahuje nezávislou množinu velikosti k nebo kliku velikosti ℓ . Najděte co nejlepší horní a dolní odhad pro hodnotu $R(4, 3)$. Pokud určíte hodnotu $R(4, 3)$ přesně, získáte 6 body. Pokud bude rozdíl mezi odhady velikosti 1, obdržíte 5 body, za velikost rozdílů 2 dostanete 4 body. [4–6b]