2. várka DÚ

Vytvořující funkce 1. [vf1] Najděte vytvořující funkce pro následující nekonečné posloupnosti, upravte do rozumného tvaru:

$$(a_n) = (1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots)$$
$$(b_n) = (0, 1/2, 2/3, 3/4, \dots)$$
$$(c_n) = (1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots)$$

[3 × 3b]

Vytvořující funkce 2. [vf2] Určete koeficienty u daných mocnin, dopočítejte do jednoduchého výrazu (zlomky a výrazy s odmocninou):

$$[x^5] : (2x-1)^{-2}$$
$$[x^5] : (1+x)^{-1/3}$$
$$[x^7] : x\frac{x^2-1}{(1-x)^{\sqrt{3}}}$$

[3 + 3 + 4b]

Vytvořující funkce 3. [vf3] Nalezněte součet řady (pomocí vytvořujících funkcí):

$$\sum_{k=0}^{n} k^2$$

Výsledek nám bude stačit vyjádřit třeba jako součet (klasických, pozitivních) kombinančích čísel. [8b]

U všech úloh nás zajímá nejen výsledek, ale i postup. Nemusíte zdůvodňovat analytické úpravy funkcí, použijte klidně nějaký vhodný software. Komentujte ale proč děláte příslušné kroky.
Nestresujte se perfektní notací, použijte co dokážete napsat. Např. kombinační číslo zapsané jako "(n k)", mocnina jako "n^2", suma jako "suma(k^2)"jsou ok. Chceme pouze aby bylo jasné co se zápisem myslí.