

Kvíz

- (1) Graf je dvojice (V, E) , kde...
 - (a) $E = \binom{V}{2}$
 - (b) $E \subseteq V \times V$
 - (c) $E \subseteq \binom{V}{2}$
- (2) Necht $G = (V, E)$ je graf a $W \subseteq V$ je podmnožina jeho vrcholů. Podgraf *indukovaný* W má množinu vrcholů W a množinu hran F , která je...
 - (a) $F \subseteq \binom{V}{2}$
 - (b) $F = \binom{W}{2}$
 - (c) $F = \binom{W}{2} \cap E$
 - (d) $F \subseteq \binom{W}{2} \cap E$

GRAFY

Důležité grafy. Nakreslete K_4, C_5, P_3 a $K_{2,3}$.

Isomorfismus doplňků. Ukažte, že dva grafy jsou isomorfní právě tehdy, když jsou isomorfní jejich doplňky.

Samodoplňkové kružnice. Graf G je samodoplňkový, pokud je isomorfní svému doplňku \bar{G} . Najděte všechny samodoplňkové kružnice a ukažte, že žádné další neexistují.

Stupně 4 nebo 5. Graf G má 14 vrcholů a 30 hran a každý vrchol je stupně 4 nebo 5. Kolik má vrcholů stupně 5?

Lichý cyklus. Ukažte, že když graf G obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak taky obsahuje lichý cyklus jako indukovaný podgraf. (*Lichý cyklus* je cyklus liché délky.)

Doplňěk bipartitního. Existuje bipartitní graf s alespoň 5 vrcholy, jehož doplněk je taky bipartitní?

Různé stupně. Existuje graf, jehož všechny vrcholy by měly různé stupně?

Definice 1. *Automorfismus grafu* G je bijekce $f : V(G) \rightarrow V(G)$, které je isomorfismem, tzn. $\forall \{u, v\} \subseteq \binom{V}{2} : uv \in E(G) \Leftrightarrow f(u)f(v) \in E(G)$.

Grafy s n automorfismy. Pro každé přirozené číslo n sestrojte graf, který má přesně n automorfizmů. (Hint: orientovaný graf s n automorfizmy se najde snadno, pak je potřeba orientaci něčím nahradit ;-))

Příklad. Najděte příklad asymetrického grafu (s aspoň 2 vrcholy).

Malý není. Dokažte, že neexistuje žádný asymetrický graf G s $1 < |V(G)| \leq 5$.

$n!$. Dokažte, že graf G s n vrcholy je asymetrický, právě když na množině $V(G)$ existuje $n!$ různých grafů isomorfních G .