

STROMY

Ekvivalentní definice. Dokažte, že graf G je strom, právě když je souvislý a platí pro něj $|E(G)| = |V(G)| - 1$.

Lesní formule. Ukažte, že platí: Graf s k komponentami souvislosti je les právě tehdy, když platí $|E| = |V| - k$.

Alespoň dva listy. Dokažte, že každý strom na alespoň dvou vrcholech obsahuje alespoň dva listy.

Kořaté stromy. Dokažte, že obsahuje-li strom vrchol stupně k , pak v něm je alespoň k listů

Kostra. Definujme kostru grafu jako podgraf, který obsahuje všechny vrcholy a je to strom. Dokažte, že každý souvislý graf má kostru.

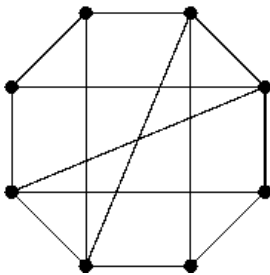
Pořadí vrcholů. Ukažte, že pro každý strom s n vrcholy existuje pořadí vrcholů $\{v_1, \dots, v_n\}$ takové, že v_i má právě jednoho souseda v množině $\{v_{i+1}, \dots, v_n\}$, pro každé $i = 1, \dots, n - 1$.

Skore stromu. Mějme posloupnost přirozených čísel $d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$ t.ž. $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$ a $d_i \geq 1$ pro každé i . Dokažte, že existuje strom takový, že (d_1, \dots, d_n) je jeho skore, tzn. d_i je stupeň vrcholu v_i .

Nezávislá ve stromu. Dokažte, že každý strom na n vrcholech má nezávislou množinu velikosti $\lceil \frac{n}{2} \rceil$. (Nezávislá množina je množina vrcholů, mezi nimiž nejsou žádné hrany.)

ROVINNÁ NAKRESLENÍ

Je rovinný? Rozhodněte, zda je následující graf rovinný.



K_5 a $K_{3,3}$. Dokažte, že K_5 a $K_{3,3}$ nejsou rovinné.