3. sada DÚ

Definice 1 (Lineární uspořádání)**.** Řekneme, že uspořádání $\preceq$ na množině X je *lineární*, pokud pro každé $a, b \in X$ platí buď $a \preceq b$ nebo $b \preceq a$.

Dlouhý a ne-příliš zajímavý `usp` [4×2 b.]

Které z těchto relací na množině $\mathbb{N}^2$ jsou uspořádání? Která z těchto uspořádání jsou lineární? Určete jejich nejmenší/největší/minimální/maximální prvky a nakreslete Hasseův diagram:

(1) $\leq_A$: $(a, b) \leq_A (c, d)$ právě když $a \leq c$ a zároveň $b \leq d$
(2) $\leq_B$: $(a, b) \leq_B (c, d)$ právě když $a \leq c$ nebo $b \leq d$
(3) $\leq_C$: $(a, b) \leq_C (c, d)$ právě když $a < c$ nebo ($a = c$ a zároveň $b \leq d$)
(4) $\leq_D$: $(a, b) \leq_D (c, d)$ právě když $a \leq c$ a zároveň $b \geq d$

Diagonala `diag` [2 b.]

Ukažte, že relace $\Delta_X = \{(x, x) | x \in X\}$ na množině X (takzvaná diagonála) je jediná relace na X, která je ekvivalencí a zároveň uspořádáním.

Počet relací `poctyrel` [$0{,}6 + 1 + 1 + 1{,}4$ b.]

Určete počet relací na n prvcích:

(1) Všech,
(2) reflexivních,
(3) symetrických,
(4) antisymetrických.

Nápověda: vzpomeňte si na znázornění relace maticí.