

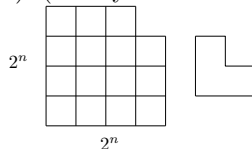
**Růst prvočísel** prime [5 b.]

Označme jako  $p_n$   $n$ -té prvočíslu. (Tedy  $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, \dots$ )  
Dokažte pro každé přirozené  $n \geq 1$ :

$$p_n \leq 2^{2^{n-1}}$$

**Vykousnutá šachovnice** elka [5 b.]

Máme šachovnici  $2^n \times 2^n$  ve které chybí jedno políčko, jako na obrázku. Dokažte, že ji můžeme vydláždít mnohoúhelníky ve tvaru L (taky viz obrázek). (Každý "L" mnohoúhelník se skládá ze 3 políček.)



Dokažte platnost následujících rovností:

**Identita 2** identita2 [3 b.]

$$\sum_{i=1}^n 4i + 5 = 2n^2 + 7n$$

**Identita 3** identita3 [3 b.]

$$\prod_{i=2}^n \frac{i-1}{i} = \frac{1}{n}$$