

TODO: fialův graf jako Vánoční úloha? nebo jako DÚ?

Základy pravděpodobnosti, podmíněná pravděpodobnost

Žárovky

Mějme tři krabice s žárovkami. V první je 10 žárovek, 4 z nich špatné. Ve druhé je 6 žárovek, jedna špatná. Ve třetí je 8 žárovek, 3 z nich špatné. Z náhodně zvolené krabice náhodně vytáhneme žárovku. Jaká je pravděpodobnost, že bude funkční?

Trojúhelník v náhodném grafu

Dokažte, že náhodný graf skoro jistě (tzn. s pravděpodobností jdoucí k 1 pro rostoucí n) obsahuje trojúhelník.

Stromky

Zahradnická firma sází po městě stromky; víme, že průměrně 90% z nich přežije. Jaká je pravděpodobnost, že z následujících 13 zasazených stromů, jich:

1. Přežije nejvýše 10?
2. Přežije alespoň 10?
3. Přežije přesně 10?

Narozeninový problém

Spočítejte pravděpodobnost $p(n)$, že ve skupině n lidí existuje dvojice, která má narozeniny ve stejný den v roce.

Problém čínského stolu

V čínských restauracích mají často velké kulaté otočné stoly. Je to proto, aby si každý mohl objednat vlastní jídlo, ale zároveň ochutnávat od ostatních pomocí otáčení stolu a ne výměnou talířů. Představme si n přátel, kteří se rozhodli navštívit takovýto podnik. Usedli tedy k velkému otočnému stolu s n místy a každý si objednal jiné jídlo. Číšník pak před každého položil jeho jídlo, ale jelikož byl zlomyslný, tak stůl roztočil. Jaká je pravděpodobnost, že před každým skončí právě jeho jídlo? Spočítejte střední hodnotu počtu přátel, před kterými skončí jejich jídlo. Uvažujte, že každé natočení je stejně pravděpodobné.

Podmíněná pravděpodobnost

Nechť jsou A, B jevy v náhodném experimentu s $\Pr(A) = \frac{1}{2}$, $\Pr(B) = \frac{1}{3}$ a $\Pr(A|B) = \frac{3}{4}$. Najděte následující:

1. $\Pr(A \cap B)$
2. $\Pr(A \cup B)$
3. $\Pr(B \cup \bar{A})$
4. $\Pr(B|A)$
5. Zda jsou A a B nezávislé

Hody kostkami

Vašek hodil třikrát spravedlivou kostkou a součet hodů byl 7.

- Je pravděpodobnější, že mu v prvním hodů padla jednička, nebo dvojka?
- Jaká je pravděpodobnost, že mu v prvním hodů padla dvojka?

Střední hodnota

Počet jedniček

Mějme pravděpodobnostní prostor \mathcal{C}_n všech posloupností 0 a 1 délky n . Každá posloupnost má pravděpodobnost $1/2^n$. Spočítejte střední hodnotu počtu 1 v náhodně vybrané posloupnosti.

Zajíci

Každý z n lovců zamíří na jednoho náhodně vybraného z n zajíců. Všichni myslivci naráz vystřelí a trefí zajíce, na kterého mířili. Náhodná veličina Z určuje počet přeživších zajíců. Spočítejte střední hodnotu Z .

První jednička

Mějme následující experiment: Házíme férovou mincí tak dlouho, dokud nepadne první hlava. Zkonstruujte pravděpodobnostní prostor, který je modelem tohoto experimentu, a určete střední hodnotu počtu hodů.