

### Barvicí algoritmus balgo [3 b.]

Na základě důkazu věty o 5 barvách navrhňte algoritmus, který rovinný graf obarví 5 barvami v čase  $\mathcal{O}(n^c)$  pro nějaké  $c \in \mathbb{N}$  (tzn. v polynomiálním, ale ne exponenciálním čase).

### Mapy s oblastmi moblast [2 b.]

Mějme politickou mapu, kde každý stát má nanejvýš  $k$  oblastí, tzn.  $\leq k$  stěn této mapy odpovídá jednomu státu a v dobrém obarvení musí dostat stejnou barvu. Dokažte, že každá taková mapa má obarvení nanejvýš  $6k$  barvami.

*(Kapitoly říkají, že je možná potřeba  $6(k+1)$ , ale mě se to zdá jako chyba. Pokud se vám to  $6k$  barvami nebude dařit, odevzdejte jako řešení ten nejlepší horní odhad, jaký dovedete.)*

### Barevnost duálu rovinného eulerovského bdre [2+2 b.]

Dokažte následující ekvivalenci: duál  $G^*$  rovinného grafu  $G$  je bipartitní právě tehdy když  $G$  je eulerovský. (2b za každou implikaci.)