

Rovinný eulerovský

Dokažte, že rovinný eulerovský graf lze do roviny nakreslit jednou uzavřenou nekřížící se křivkou (tzn. křivka se sama sebe ve vrcholech jen dotýká, ale nekříží se).

Petersen

Dokažte nerovinnost Petersenova grafu dvěma způsoby (na tabuli).

Beztrójuhelníkový je 4-obarvitelný

Dokažte, že rovinný graf bez trojúhelníků lze vždy obarvit 4 barvami.

Vnějškově rovinný je 4-obarvitelný

Řekneme, že rovinný graf G je *vnějškově rovinný*, pokud má takové nakreslení, kde všechny jeho vrcholy leží na vnější stěně.

Dokažte, že každý vnějškově rovinný graf má obarvení 4 barvami.

Kubický rovinný určený stěnami

Graf je *kubický* když je 3-regulární, tzn. když stupeň každého vrcholu je přesně 3. Rozhodněte, zda existuje kubický rovinný graf s

1. právě 12 šestiúhelníkovými stěnami (a žádnými dalšími)?
2. právě 12 pětiúhelníkovými stěnami (a žádnými dalšími)?
3. jednou dvacetiúhelníkovou stěnou a deseti pětiúhelníkovými (a žádnými dalšími)?

Mapy s oblastmi

Mějme politickou mapu, kde každý stát má nanejvýš k oblastí, tzn. $\leq k$ stěn této mapy odpovídá jednomu státu a v dobrém obarvení musí dostat stejnou barvu. Dokažte, že každá taková mapa má obarvení nanejvýš $6(k+1)$ barvami.

Barevnost duálu rovinného eulerovského

Jaká je barevnost duálu eulerovského rovinného grafu?