

Izomorfní duálu isodual [1,5 b.]

Najděte graf G na alespoň 5 vrcholech a jeho nakreslení takové, že G je isomorfní svému duálu G^* (odvozenému z daného nakreslení).

Graf s daným počtem koster nkost [1,5 b.]

Sestrojte pro každé $n \geq 3$ graf, který má právě n koster. Dokažte, proč graf mající právě 2 kostry neexistuje.

Maximální rovinný triang [3 b.]

Maximální rovinný graf je takový graf, že přidání jakékoliv další hrany (samozřejmě na téže množině vrcholů) způsobí, že graf již není rovinný. *Triangulace* je rovinný graf, v němž je každá stěna (včetně vnější) trojúhelník.

Dokažte, že každá triangulace je maximální rovinný graf a naopak každý maximální rovinný graf je triangulace.

Pozor: tato úloha má relativně jednoduchý argument, pokud každá stěna je kružnice (což platí, je-li graf tzv. *hranově 2-souvislý*, neboli když neobsahuje most.) Neopomeňte ve svém důkazu i na grafy, které 2-souvislé nejsou.

Hamiltonovská krychle hamcube [2 b.]

Bud' $d \in \mathbb{N}$ a $V = \{0,1\}^d$, tedy V je množina 0/1 vektorů délky d . Grafu na V , ve kterém spolu dva vektory sousedí právě tehdy, když se liší v právě jedné souřadnici, se říká *d -dimenzionální krychle*. Dokažte, že pro $d \geq 2$ je d -dimenzionální krychle hamiltonovská, tedy že existuje kružnice, která prochází všemi vrcholy.

Jednotažka 1 jednadva [1 b.]

Ukažte, že každý graf je možné nakreslit jedním tahem tak, že každou jeho hranou projdu dvakrát.