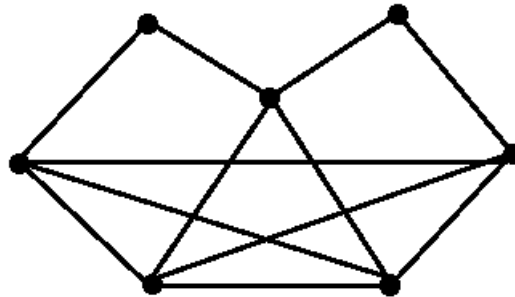


## Jedním tahem

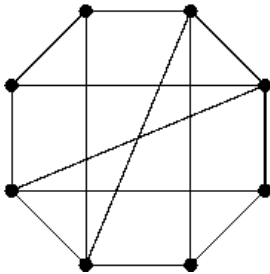


Nakreslete graf jedním tahem:

## Rovinná nakreslení

### Je rovinný?

Rozhodněte, zda je následující graf rovinný.



## Doplňěk rovinného grafu

Dokažte, že je-li  $G$  rovinný graf na alespoň 11 vrcholech, pak jeho doplněk  $\overline{G}$  nemůže být rovinný.

### $K_5$ a $K_{3,3}$

Dokažte, že  $K_5$  a  $K_{3,3}$  nejsou rovinné.

## Platónská tělesa

Nakreslete grafy všech pěti pravidelných mnohostěnů. Nahlédněte, že jsou rovinné. Jak vypadají jejich duály?

Asi jste si všimli, že graf platónského tělesa je souvislý, rovinný a  $k$ -regulární s takovým rovinným nakreslením, že všechny stěny mají délku  $\ell$  (pro nějaké  $k, \ell \in \mathbb{N}$ ). Označme  $n = |V(G)|$ . Postupně dokažte:

- Platí  $n(2k + 2\ell + k\ell) = 4\ell$ .
- Jediné možnosti pro  $(k, \ell)$  jsou  $(3, 3)$ ,  $(3, 4)$ ,  $(3, 5)$ ,  $(4, 3)$ ,  $(5, 3)$ .

## Nejednoznačnost duálu

Najděte dvě nakreslení téhož grafu, jejichž duály nejsou isomorfní.

## Nejvíc stěn

Jaký je maximálně počet vnitřních stěn rovinného grafu na  $n$  vrcholech?

## Rovinný eulerovský

Dokažte, že rovinný eulerovský graf lze do roviny nakreslit jednou uzavřenou nekřížící se křivkou (tzn. křivka se sama sebe ve vrcholech jen dotýká, ale nekříží se).