

Doplňěk bipartitního

Existuje bipartitní graf s alespoň 5 vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?

Bipartitní podgraf

Dokažte, že každý graf s m hranami obsahuje bipartitní podgraf s alespoň $\frac{m}{2}$ hranami.

Zakázaná indukovaná cesta

Najděte všechny grafy, které neobsahují indukovanou cestu délky 2 (tedy cestu na 3 vrcholech).

Definice 1 (Skóre grafu). Necht' je $G = (V, E)$ graf s množinou vrcholů $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Posloupnost $(\deg(v_1), \deg(v_2), \dots, \deg(v_n))$ nazýváme *skóre* grafu a dvě skóre považujeme za stejná, pokud jedno lze získat přerovnaním čísel druhého (tzn. skóre je nezávislé na zvoleném pořadí vrcholů).

Stejné skóre, jiný graf?

Najděte dva neisomorfní grafy se stejným skóre.

Definice 2 (Automorfismus, asymetrický graf). *Automorfismus* grafu je každý isomorfismus z G do G . Graf je *asymetrický*, je-li jeho jediný automorfismus identické zobrazení (tj. $f(v) = v$, neboli každý vrchol se zobrazí sám na sebe).

Grafy s n automorfismy

Pro každé přirozené číslo n sestrojte graf, který má přesně n automorfizmů. (Hint: orientovaný graf s n automorfizmy se najde snadno, pak je potřeba orientaci něčím nahradit ;-))

Příklad

Najděte příklad asymetrického grafu (s aspoň 2 vrcholy).

Malý není

Dokažte, že neexistuje žádný asymetrický graf G s $1 < |V(G)| \leq 5$.

$n!$

Dokažte, že graf G s n vrcholy je asymetrický, právě když na množině $V(G)$ existuje $n!$ různých grafů isomorfních G .