

Důležité grafy

Nakreslete K_4 , C_5 , P_3 a $K_{2,3}$.

Isomorfismus doplňků

Ukažte, že dva grafy jsou isomorfní právě tehdy, když jsou isomorfní jejich doplňky.

Lichý cyklus

Ukažte, že když graf G obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak taky obsahuje lichý cyklus jako indukovaný podgraf.

Samodoplňkové kružnice

Graf G je samodoplňkový, pokud je isomorfní svému doplňku \bar{G} . Najděte všechny samodoplňkové kružnice a ukažte, že žádné další neexistují.

Stupně 4 nebo 5

Graf G má 14 vrcholů a 30 hran a každý vrchol je stupně 4 nebo 5. Kolik má vrcholů stupně 5?

Různé stupně

Existuje graf, jehož všechny vrcholy by měly různé stupně?

d -dimenzionální krychle

Bud' $d \in \mathbb{N}$ a $V = \{0,1\}^d$, tedy V je množina 0/1 vektorů délky d . Grafu na V , ve kterém spolu dva vektory sousedí právě tehdy, když se liší v právě jedné souřadnici, se říká *d -dimenzionální krychle*. Jaký je počet vrcholů, počet hran, průměrný stupeň, délka nejdelší indukované cesty a délka nejkratší kružnice?

Definice 1. Graf G je *souvislý* pokud pro každé dva vrcholy $u, v \in V(G)$ platí, že z u existuje cesta do v .

Doplněk nesouvislého

Dokažte, že doplněk každého nesouvislého grafu je souvislý. Musí to platit obráceně? Tedy musí být každý graf se souvislým doplňkem nesouvislý?

Grafy s n automorfismy

Pro každé přirozené číslo n sestrojte graf, který má přesně n automorfizmů. (Hint: orientovaný graf s n automorfizmy se najde snadno, pak je potřeba orientaci něčím nahradit ;-))

Příklad

Najděte příklad asymetrického grafu (s aspoň 2 vrcholy).

Malý není

Dokažte, že neexistuje žádný asymetrický graf G s $1 < |V(G)| \leq 5$.

$n!$

Dokažte, že graf G s n vrcholy je asymetrický, právě když na množině $V(G)$ existuje $n!$ různých grafů isomorfních G .