

## Obdélníky v síti

Kolik je ve čtvercové mřížce  $n \times n$  obdélníků, jejichž rohy jsou body mřížky?

## Podmnožiny bez sousedů

Kolik je podmnožin  $\{1, 2, \dots, n\}$  neobsahujících dvě po sobě jdoucí čísla?

## Slova bez podslov

Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vynechání některých písmen nevznikne ani jedno ze slov BAR, DEN, RAZIE?

## Kameny na šachovnici

Kolika způsoby lze umístit osm kamenů na šachovnici  $4 \times 4$  tak, aby se na šachovnici vyskytovaly čtyři kameny ve stejném řádku nebo stejném sloupci?

## Dělitelnost $50!$

Jakou nejvyšší mocninou 5 je dělitelné  $50!$ ? Určete obecný vzorec pro prvočíslo  $p$  a faktoriál čísla  $n$  (tedy vzorec určující jakou největší mocninou  $p$  je dělitelné  $n!$ ).

## Dělitelnost faktoriálu

1. Ukažte, že  $k!$  dělá součin každých  $k$  po sobě jdoucích (přirozených) čísel.
2. Ukažte s pomocí předchozího tvrzení, že  $(k!)^n$  dělá  $(kn)!$ .