

## Kvíz

Přiraďte následující kvantify. *Pozor:* nemusí se jednat o zobrazení prosté či na.  $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$ .

- |                         |  |
|-------------------------|--|
| (a) $n^k$               | (1) #bijekcí z $[n]$ do $[n]$  |
| (b) $n!$                | (2) # $k$ -tic prvků z $[n]$   |
| (c) $\frac{n!}{(n-k)!}$ | (3) # $k$ -tic navzájem různých prvků z $[n]$                        |
| (d) $\binom{n}{k}$      | (4) #funkcí z $[k]$ do $[n]$   |
| (e) $2^n$               | (5) # $k$ -prvkových podmnožin $[n]$                                 |
|                         | (6) #prostých funkcí $[k] \rightarrow [n]$                           |
|                         | (7) #uspořádání $n$ prvků ( <i>ne ve smyslu uspořádané množiny</i> ) |

## Podmnožiny

Určete počet

1. uspořádaných dvojic  $(A, B)$ , kde  $A \subseteq B \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ .
2. uspořádaných čtveřic  $(A, B, C, D)$ , kde  $A \subseteq B \subseteq D \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$  a také  $A \subseteq C \subseteq D$ .

## Králové na šachovnici

Kolika způsoby lze rozestavit na šachovnici  $8 \times 8$  černého a bílého krále tak, aby se neohrožovali?

## Eratostenovo síto

Kolik čísel zbude z množiny  $\{1, 2, \dots, 1000\}$  po vyškrtání všech násobků čísel

1. 2, 3, 5 a 7
2. 4, 6 a 9?

## Eulerova funkce

Eulerovou funkcí rozumíme funkci  $\varphi(n)$  udávající počet čísel z množiny  $\{1, \dots, n\}$  nesoudělných s  $n$  ( $a$  a  $b$  jsou nesoudělná, pokud největší společný dělitel je 1). Necht' prvočíselný rozklad  $n$  je  $p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$ .

Dokažte následující vzorec. Navíc určete, pro která  $n$  je  $\varphi(n)$  liché.

$$\varphi(n) = n \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{p_k}\right)$$