

\sqrt{n} sqrtn [1,5 b.]

Dokažte, že pro každé přirozené $n \geq 2$, které není druhou mocninou jiného přirozeného čísla, je \sqrt{n} iracionální.

Růst prvočísel prime [2 b.]

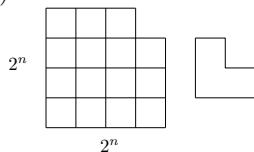
Označme jako p_n n -té prvočíslu. (Tedy $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, \dots$)

Dokažte pro každé přirozené $n \geq 1$:

$$p_n < 2^{2^n}$$

Vykousnutá šachovnice elka [2 b.]

Máme šachovnici $2^n \times 2^n$ ve které chybí jedno políčko, jako na obrázku. Dokažte, že ji můžeme vydláždít mnohoúhelníky ve tvaru L (taky viz obrázek).



Dokažte platnost následujících rovností:

Identita 2 identita2 [1 b.]

$$\sum_{i=1}^n 4i + 5 = 2n^2 + 7n$$

Identita 3 identita3 [1 b.]

$$\prod_{i=2}^n \frac{i-1}{i} = \frac{1}{n}$$

Distributivita průniku a sjednocení prunik [1,5 b.]

Zapište výraz

$$\bigcap_{i=1}^n \bigcup_{j=1}^m A_{i,j}$$

jako sjednocení průniků.