

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)

9³/₄. série DÚ. Termín: 17. 12. 2014

Definice 1 (Mocnina matice). Necht' A je matice $n \times n$. Pak $A^n = A \cdot A \cdots A$ (n -krát), kde \cdot je standardní maticový součin.

Nuly v matici 1*. [2b]

Vyslovte (a dokažte) úplnou charakterizaci grafů takových, že každá mocnina jejich matice sousednosti obsahuje nuly.

Úplnou charakterizací se myslí tvrzení tvaru "graf má vlastnost P právě tehdy když každá mocnina jeho matice sousednosti obsahuje alespoň jednu nulu", tzn. co je postačující a nutná podmínka pro to, aby každá mocnina matice sousednosti grafu G obsahovala nuly?

Poznámka: V obou příkladech si dejte pozor na drobnosti, detaily, aby byla charakterizace (vlastnost P) opravdu úplná.

Nuly v matici 2*. [1b]

Pro graf G je matice $(A + I)$ maticí sousednosti s přidáním jedniček na diagonále.

Vyslovte (a dokažte) úplnou charakterizaci grafů takových, že každá mocnina matice $(A + I)$ obsahuje nuly.