

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)

Cvičení 3. 12. 2014

Podstromy. [1.5b]

Buď \mathcal{T} množina podstromů stromu T . Dokažte, že pokud průnik žádných dvou $T_1, T_2 \in \mathcal{T}$ není prázdný, pak není prázdný ani průnik všech ($\bigcap \mathcal{T} \neq \emptyset$).

Toto tvrzení není triviální, protože obecně pro množiny neplatí: uvažte např. $\mathcal{A} = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}\}$.

0 nebo 5. [2b]

Nechť G je souvislý graf, v němž každé dva různé vrcholy u, v mají buď 0 nebo 5 společných vrcholů. Dokažte, že pak je G nutně k -regulární (pro nějaké k).

Hint: podívejte se na u, v spojené hranou, nazvěme U množinu sousedů vrcholu u a V množinu sousedů v . Zkuste dokázat, že $|U| = |V|$. (Na cvičení jsem tvrdil, že u, v spojené hranou musí nutně mít 5 společných sousedů – to není pravda; hint ale platí a vede k důkazu celé úlohy.)

Asymetrické stromy.

Nějaký. [1b]

Najděte *nějaký* asymetrický strom na alespoň 2 vrcholech (tzn. strom s jediným automorfismem).

Nejmenší. [1.5b]

Jaký je nejmenší možný počet vrcholů asymetrického stromu (na alespoň 2 vrcholech)? Dokažte to a takový strom najděte.