DISKRÉTNÍ MATEMATIKA
Cvičení 3. 12. 2014

Jak dlouhá cesta/cyklus? Dokažte, že každý graf G obsahuje cestu délky $\geq \delta(G)$ a cyklus délky $\geq \delta(G)+1$ (je-li $\delta(G) \geq 2$). ($\delta(G)$ je minimální stupeň grafu G).

Jak objevovat souvislý graf? Buď G souvislý graf. Lze uspořádat jeho vrcholy do nějaké posloupnosti $v_1, v_2, \ldots, v_n$ t.ž. každý indukovaný podgraf $G_i := G[v_1, \ldots, v_i]$ je souvislý? Tzn. lze postupně "objevovat" vrcholy tak, že v každý okamžik vidím souvislý graf? Pokud ano, jak? Pokud ne, proč (najděte protipříklad).

Jak objevovat strom? Buď T strom. Lze uspořádat jeho vrcholy do nějaké posloupnosti $v_1, v_2, \ldots, v_n$ t.ž. $\forall i$ je vrchol v_{i+1} připojen k $T_i := T[v_1, \ldots, v_i]$ právě jednou hranou? (Tzn. každý nový vrchol objevíme přes jednoznačně určenou hranu.)

Kolik má strom hran?

Podstromy. Buď $\mathcal{T}$ množina podstromů stromu T. Dokažte, že pokud průnik žádných dvou $T_1, T_2 \in \mathcal{T}$ není prázdný, pak není prázdný ani průnik všech ($\bigcap \mathcal{T} \neq \emptyset$).

Toto tvrzení není triviální, protože obecně pro množiny neplatí: uvažte např. $\mathcal{A} = \{\{a,b\}, \{b,c\}, \{a,c\}\}$.

Automorfismy stromu. Dokažte, že každý automorfismus stromu fixuje vrchol nebo hranu (tzn. buď existuje v t.ž. $f(v) = v$, nebo existuje $uv \in E$ t.ž. $f(u) = v$ a $f(v) = u$).

Regulární bipartitní graf. Mějme regulární bipartitní graf $G = (X \cup Y, E)$ s partitami X, Y. Jak moc se mohou od sebe lišit velikosti jeho partit $|X|, |Y|$?

0 **nebo** 5. Nechť G je souvislý graf, v němž každé dva různé vrcholy u, v mají buď 0 nebo 5 společných vrcholů. Dokažte, že pak je G nutně k-regulární (pro nějaké k).

email: m@ef5.cz, url: http://kam.mff.cuni.cz/~alquaknaa/.