

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA
8. série DÚ. Termín: 4. 12. 2014

Grafy s n automorfismy. [2 body] Pro každé přirozené číslo n sestrojte graf, který má přesně n automorfizmů. (Hint: orientovaný graf s n automorfizmy se najde snadno, pak je potřeba orientaci něčím nahradit ;))

Listy stromu. [1.5 bod]

Nechť strom G obsahuje vrchol stupně k . Dokažte, že obsahuje alespoň k listů.

Nezávislá ve stromu. [1.5 body]

Dokažte, že každý strom na n vrcholech má nezávislou množinu velikosti $\lceil \frac{n}{2} \rceil$. (Nezávislá množina je množina vrcholů, mezi nimiž nejsou žádné hrany.)

Definice 1 (Matice sousednosti). Matice sousednosti M grafu $G = (V, E)$ je $\{0, 1\}$ matice velikost $|V| \times |V|$, která má na pozici a_{ij} jedničku právě tehdy když je v grafu hrana z vrcholu i do vrcholu j .

Definice 2 (Mocnina matice). Nechť A je matice $n \times n$. Pak $A^n = A \cdot A \cdots A$ (n -krát), kde \cdot je standardní maticový součin.

Nuly v matici.

malý. [1 bod]

Najděte souvislý graf na třech vrcholech takový, že každá mocnina jeho matice sousednosti obsahuje nuly.

obecně. [1 bod]

Najděte takový graf pro každé n .