DISKRÉTNÍ MATEMATIKA
Cvičení 26. 11. 2014

Bipartitní graf. Dokažte, že graf je bipartitní, právě když neobsahuje žádnou kružnici liché délky

Zoo na 4 vrcholech. Najděte všechny neisomorfní grafy na 4 vrcholech (je jich 11).

d-dimenzionální krychle. Buď $d \in \mathbb{N}$ a $V = \{0, 1\}^d$, tedy V je množina $0-1$ vektorů délky d. Grafu na V, ve kterém spolu dva vektory sousedí právě tehdy, když se liší v právě jedné souřadnici, se říká *d-dimenzionální krychle.* Jaký je počet vrcholů, počet hran, průměrný stupeň, délka nejdelší indukované cesty a délka nejkratší kružnice?

Různé stupně. Existuje graf, jehož všechny vrcholy by měly různé stupně?

Stejné skóre, jiný graf?

Definice 1 (Skóre grafu)**.** Nechť je $G = (V, E)$ graf s množinou vrcholů $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$. Posloupnost $(\deg(v_1), \deg(v_2), \ldots, \deg(v_n))$ nazýváme *skóre* grafu a dvě skóre považujeme za stejná, pokud jedno lze získat přerovnáním čísel druhého (tzn. skóre je nezávislé na zvoleném pořadí vrcholů).

Najděte dva neisomorfní grafy se stejným skóre.

Automorfismy.

Definice 2 (Automorfismus, asymetrický graf)**.** *Automorfismus* grafu je každý isomorfismus z G do G. Graf je *asymetrický*, je-li jeho jediný automorfismus identické zobrazení (tj. $f(v) = v$, neboli každý vrchol se zobrazí sám na sebe).

Příklad. Najděte příklad asymetrického grafu (s aspoň 2 vrcholy).

Malý není. Dokažte, že neexistuje žádný asymetrický graf G s $1 < |V(G)| \leq 5$.

$n!$. Dokažte, že graf G s n vrcholy je asymetrický, právě když na množině $V(G)$ existuje $n!$ různých grafů isomorfních G.

email: m@ef5.cz, url: http://kam.mff.cuni.cz/~alquaknaa/.