

ALGORITMY A DATOVÉ STRUKTURY 1 (NTIN060)

Cvičení 20. 2. 2014

Algoritmy. Novinář má za úkol za rok napsat reportáž o pracovních podmínkách v jedné nejmenované firmě. Musí tedy vyzkoušet co nejvíce pracovních pozic. Chce ale, aby se mu neustále zvyšoval plat. Firma v různých časech vypisuje pracovní místa.

Řečeno matematicky, máme zadánu posloupnost p_1, \dots, p_n reálných čísel a hledáme v ní nejdelší ostře rostoucí vybranou podposloupnost.

Jak můžeme takový problém řešit?

- Z definice
- Rekurzivně
- Rekurzivně s pamětí
- Jako grafový problém
- S chytrou datovou strukturou

Složitost.

- Co a proč zanedbáváme?
- Co znamená **slovy** $O(n), \Omega(n), o(n), \omega(n)$? A jak to napsat **formálně** (tzn. s kvantifikátory, jako formulí)?

Další příklady... Tyto příklady jsou vybrány z projecteuler.net, který doporučuji, chcete-li se naučit prakticky algoritmizovat (a zároveň se na tom třeba můžete naučit nový programovací jazyk).

Násobky 3 a 5. Jak co nejrychleji vypsát n -té nejmenší číslo tvaru $3^i 5^j$?

Lexikografické permutace. Permutace lze uspořádat lexikograficky, např. permutace čísel 0, 1 a 2 mají toto pořadí:

012 021 102 120 201 210

Jak co nejrychleji najít miliontou permutaci množiny $\{0, \dots, 9\}$?

Trojúhelníková čísla s hodně děliteli. i -té trojúhelníkové číslo je číslo vzniklé součtem $1 + 2 + \dots + i$. Jak co nejrychleji najít první trojúhelníkové číslo, které má více než k dělitelů? Pro představu, prvních 7 trojúhelníkových čísel je na tom s děliteli takto:

1: 1
3: 1, 3
6: 1, 2, 3, 6
10: 1, 2, 5, 10
15: 1, 3, 5, 15
21: 1, 3, 7, 21
28: 1, 2, 4, 7, 14, 28

email: martin@koutecky.name, url: <http://kam.mff.cuni.cz/~alquaknaa/>.

Nejdelší Collatz. Zavedeme jednoduché pravidlo, které pro každé číslo dá nějaké další číslo, a takto získáme jistý řetězec.

$n \rightarrow n/2$ je-li n sudé, $n \rightarrow 3n + 1$ je-li n liché.

začneme-li s číslem 13, dostaneme tuto posloupnost:

$13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

(Tzv. *Collatzova domněnka* říká, že ať začneme v jakémkoliv čísle, dojdeme nakonec do jedničky. Zatím se jí nikomu nepodařilo dokázat – čeká na vás!)

Jak co nejrychleji přijít na to, které číslo pod jeden milion vyprodukuje nejdelší řetězec, než dojde do jedničky?