

**Rick a zombies.** K Rickovi se ze všech stran blíží zombies. Předpokládejme, že Rick má neomezenou zásobu nábojů, střílí dokonale přesně a na jeden zásobník umí zastřelit 6 zombíků. Vyměnit zásobník mu ale trvá 1s a během té se zombies posunou o 1m k němu. Přežije to? Spočítejte to co nejrychleji. Vstup je reprezentován jako (nesetříděná) posloupnost  $d_1, \dots, d_n$ , kde  $d_i$  představuje vzdálenost  $i$ -tého zombíka. Čísla  $d_i$  mohou být dlouhá, tzn. není dobrý nápad vytvořit pole délky  $\max_i d_i$ .

**Tranzitivní uzávěr.** *Tranzitivní uzávěr* orientovaného grafu s vrcholy  $\{1, \dots, n\}$  je nula-jedničková matice  $T$  tvaru  $n \times n$ , kde  $T_{uv} = 1$  právě tehdy, když v grafu existuje cesta z vrcholu  $u$  do vrcholu  $v$ . Ukažte, že umíme-li násobit matice  $n \times n$  v čase  $(n^\omega)$ , můžeme vypočítat tranzitivní uzávěr v čase  $(n^\omega \log n)$ .

**Prostor na Karacubu.** Dokažte, že Karacubův násobící algoritmus má lineární prostorovou složitost.

**Rekurence 1.** Řešte „nekuchařkovou“ rekurenci  $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n \log n)$ ,  $T(1) = 1$ .

**Rekurence 2.** Jiná „nekuchařková“ rekurence:  $T(n) = n^{1/2} \cdot T(n^{1/2}) + \Theta(n)$ ,  $T(1) = 1$ .

**Spletitý kabel.** Mějme dlouhý kabel, z jehož obou konců vystupuje po  $n$  drátech. Každý drát na levém konci je propojen s právě jedním na konci druhém a my chceme zjistit, který s kterým. K tomu můžeme používat následující operace: (1) přivést napětí na daný drát na levém konci, (2) odpojit napětí z daného drátu na levém konci, (3) změřit napětí na daném drátu na pravém konci. Navrhněte algoritmus, který pomocí těchto operací zjistí, co je s čím propojeno. Snažte se počet operací minimalizovat.

**Inverze trojúhelníkové matice.** Navrhněte algoritmus typu Rozděl a panuj na výpočet inverze trojúhelníkové matice  $n \times n$  v čase lepším než  $\Omega(n^3)$ . Jako podprogram se může hodit Strassenovo násobení matic. Můžete předpokládat, že  $n$  je mocnina dvojky.

*Hint:* Inverzní matice je opět trojúhelníková. Bloky, rekurze.