9. cvičení

Přesná složitost (a, b)-stromů. Na přednášce jsme ukázali, že (a, b)-stromy mají dobrou složitost operací pro pevné a, b. Odhalte, jak závisí složitost operací s (a, b)-stromy na parametrech a a b. Z toho odvoďte, že se nikdy nevyplatí volit b výrazně větší než $2a$.

(a, b) v jednom směru. Navrhněte úpravu operací `INSERT` a `DELETE` u (a, b)-stromů tak, aby stromem procházely pouze směrem dolů.

Seznam. Sestrojte datovou strukturu pro uložení seznamu tak, abychom rychle uměli najít k-tý prvek a přesunout ho na začátek.

Součet. Mějme množinu přirozených čísel a číslo x. Chceme co nejrychleji zjistit, zda množina obsahuje dvojici prvků se součtem x.

Posloupnost. Mějme dánu posloupnost n čísel a chceme najít nejdelší rostoucí podposloupnost (nemusí být souvislá) v čase $\mathcal{O}(n \log n)$. (Tuto úlohu jsme již viděli a uměli jsme pro ni řešení hledáním cesty v DAGu, které běželo v $\mathcal{O}(n^2)$.)

Okénko. Na vstupu postupně přicházejí čísla. Kdykoliv přijde další, vypište medián a průměr z předchozích k čísel. Dosáhněte časové složitosti $\Theta(\log k)$ na jedno vypsání.

Koloniál. Ve Frantově koloniále přicházejí zákazníci a zadávají do fronty objednávky; objednávka je trojice (zboží, množství, jméno zákazníka). Koloniálník Franta by měl rád přehled o tom, zda má na skladě dost příslušného zboží. Navrhněte datovou strukturu pro jeho koloniál, která bude v čase $\mathcal{O}(1)$ vykonávat operace:

(1) `ENQUEUE(`R`)`— zařadí objednávku R
(2) `DEQUEUE()` — vypíše následující objednávku
(3) `QUERY(`P`)`— pro produkt P vypíše celkové objednané množství tohoto produktu.

(Předpokládám, že znáte strukturu pro FIFO frontu.) Máte zaručeno, že ve frontě nebude nikdy více než m objednávek, a víte, že v koloniále je celkem n druhů zboží. Najdete řešení v prostoru $\mathcal{O}(n)$? A co $\mathcal{O}(m)$, pro případ, že $m \ll n$?
Můžete předpokládat, že umíte strukturu Slovník implementovat tak, aby operace `INSERT, FIND, DELETE` běžely v čase $\mathcal{O}(1)$, ačkoliv si to na přednášce ukážete až později.