

Nejlevnější z nejkratších. Silnice v mapě máme ohodnocené dvěma čísly: délkou a mýtem (poplatkem za projetí). Jak najít nejlevnější z nejkratších cest?

Dijkstra fail. Ukažte příklad grafu s celočíselně ohodnocenými hranami, na kterém Dijkstrův algoritmus běží exponenciálně dlouho.

Záporné hrany $+k$? Lze se v algoritmech na hledání nejkratší cesty zbavit záporných hran tím, že ke všem ohodnocením hran přičteme nějaké velké číslo k ?

Nejrychleji vlakem. V Tramtárii jezdí po železnici samé rychlíky, které nikde po cestě nestaví. V jízdním řádu je pro každý rychlík uvedeno počáteční a cílové nádraží, čas odjezdu a čas příjezdu. Nyní stojíme v čase t na nádraží a a chceme se co nejrychleji dostat na nádraží b . Navrhněte algoritmus, který najde takové spojení. Pokračujeme v předchozím cvičení: Mezi všemi nejrychlejšími spojeními chceme najít takové, v němž je nejméně přestupů.

Max-min tunel. Mějme mapu města ve tvaru orientovaného grafu. Každou hranu ohodnotíme podle toho, jaký nejvyšší kamion po dané ulici může projet. Po cestě tedy projede maximálně tak vysoký náklad, kolik je minimum z ohodnocení jejích hran. Jak pro zadané dva vrcholy najít cestu, po níž projede co nejvyšší náklad?

Floyd-Warshall a nejkratší kružnice. Upravte Floydův-Warshallův algoritmus, aby pro každý vrchol našel nejkratší kružnici, která jím prochází. Předpokládejte, že v grafu nejsou žádné záporné cykly.

Změna jedné. Mějme graf G a jeho minimální kostru T . Jak se změní minimální kostra oproti T , když se změní váha jedné hrany?

Váhy $1, \dots, K$. Jak rychle lze hledat minimální kostry v grafu, ve kterém jsou všechny váhy přirozená čísla $1, \dots, K$?

Kostrы v multigrafech. Rozmyslete, jak upravit nějaký algoritmus na hledání minimální kostry tak, aby fungoval na multigrafu (grafu se smyčkami a násobnými hranami).

Kostrы v rovinných grafech. Jak najít minimální kostru v rovinném grafu v čase $\mathcal{O}(n)$?

Hlad a batoh. Algoritmy na řešení problému minimální kostry jsou hladové algoritmy; hladový algoritmus na spoustu problémů ale nezabere. Rozmyslete, že nebude fungovat např. na problém batohu: je zadána množina předmětů (a_1, \dots, a_n) (přirozená čísla) a číslo K , úkol je najít podmnožinu z a_1, \dots, a_n s co největším součtem, který je ale nanejvýš K . (Vymyslete vždy, jak by mohla hladová strategie fungovat, a protipříklad k tomu.)

Druhá nejlepší. Jak najít druhou nejlepší kostru?