

Ztracení roboti. V bludišti jsou na dvou různých místech robotci, které ale ovládáme jediným ovladačem. Tento ovladač má čtyři šipky (sever/jih/východ/západ). Když robotek dostane příkaz, který nemůže provést (narazil by do zdi), tak ho ignoruje.

Jak najít posloupnost příkazů, která oba roboty vyvede z bludiště? (Jakmile je robot venku z bludiště, zastaví se a příkazy už neposlouchá.) Jak najít nejkratší takovou posloupnost?

Hloupý robot. Máme opět bludiště ve čtvercové síti se zdmi, kterými nelze procházet. Robot se umí pohybovat jen rovně a zatočí pouze, když “narazí” do okraje bludiště nebo do zdi (dostane se na políčko sousední se zdí a je otočen směrem ke zdi). Při nárazu se může otočit i o 180° . Najděte pro robota cestu ze startu do cíle s co nejméně zatočeními.

Brtník. V lese tvaru čtvercové sítě se nachází medvěd, brloh, překážky a několik brtí.¹ Medvěd si právě začal pochutnávat na medu, ale hned si toho všimly včely a začaly se na něj slétat ze všech brtí najednou. Chceme spočítat, jak dlouho ještě může medvěd mlsat, aby ho na cestě do brlohu nezastihly včely. V čase 0 je medvěd na zadaném místě a včely v brtích. Za každou další jednotku času se medvěd posune o jedno políčko a včely se také rozšíří o jedno políčko.

Minotaur. Hrdina Théseus se vypravil do hlubin labyrintu a snaží se najít poklad. Chodbami labyrintu se ovšem pohybuje hladový Mínoútauros a snaží se najít Thésea. Labyrint má tvar čtvercové sítě, jejíž každé políčko je buďto volné prostranství, anebo zeď. Známe mapu labyrintu a počáteční polohy Thésea, Mínoútaura a pokladu. Théseus se v jednom tahu pohne na vybrané sousední políčko. Poté se vždy dvakrát pohne o políčko Mínoútauros: pokaždé se pokusí zmenšit o 1 rozdíl své a Théseovy x -ové souřadnice, pokud to nejde, pak y -ové, pokud nejde ani to, stojí. Poradte Théseovi, jak má dojít k pokladu a vyhnout se Mínoútaurovi

Jednoznačnost. Navrhněte algoritmus, který pro daný graf G a vrchol s vygeneruje 0-1 pole $\text{jed}[1..n]$, kde pro každý $v \in V$ je $\text{jed}[v]=1$, pokud je nejkratší cesta z s do v jednoznačná, jinak je to 0.

Nejdelší podposloupnost. Máme zadány dvě posloupnosti (například slova/věty, či dlouhá čísla), chceme zjistit, jaká je jejich nejdelší společná podposloupnost. Jak na to?

Počítání trojúhelníků. Jak spočítat, kolik obsahuje graf trojúhelníků, případně čtyřcyklů? Co když máme shora omezený stupeň vrcholů?

Je bipartitní? Navrhněte algoritmus, který o grafu G rozhodne, zda je bipartitní.

Je strom? Navrhněte algoritmus, který o grafu G rozhodne, zda je to strom.

Unikátní. Jak poznat grafy, které lze topologicky uspořádat právě jedním způsobem?

Vyznačené na cyklu. Mějme orientovaný graf, v němž jsou některé vrcholy vyznačené. Jak poznat, jestli nějaký vyznačený vrchol leží na cyklu?

#Cest v DAGu. Kolik existuje cest mezi dvěma vrcholy v zadaném orientovaném acyklickém grafu (DAGu)?

#Nejkratších cest. Kolik existuje nejkratších cest mezi zadanou dvojicí vrcholů?

Hledání artikulací. Jak najít v grafu všechny artikulace (tzn. vrcholy, taková, že odebráním kteréhokoliv se graf rozpadne na dvě nebo více komponent souvislosti)?

Paralelní plánování. Stavíte dům (či zakládáte školu) a máte *závislostní graf*, tzn. vrcholy jsou úkoly a hrana z u do v (orientovaná) znamená “než se začne pracovat na v , musí být dokončeno u ”. Navíc u každého úkolu mám zadáno, jak dlouho trvá a mám neomezené pracovní prostředky. Chci spočítat, kdy (nejpozději?) mám každou věc začít dělat, abych projekt dokončil co nejdřív. Jak na to?

Kritické vrcholy. Mám graf jako v předchozí úloze a za *kritický* označím takový vrchol, který odpovídá úkolu, jehož zdržení má za následek zdržení celého projektu. Jak vypsat všechny kritické vrcholy?

¹Brť je úl lesních včel v dutině stromu. Od toho medvěd brtník.