

ÚVOD

Principy cvičení.

- **Vy** se chcete něco naučit.
- **Já** se vám k tomu snažím vytvářet prostor.
- Proto je nejdůležitější, co potřebujete **vy**:
 - ... pochopit něco z přednášky
 - ... pochopit příklad z minulého cvičení
 - ... pochopit domácí úkol atd.
- **Nebojte se** klást otázky
- Pár obecných **típů**:
 - Když si nevíte rady, zkuste si hrát s příklady. (Neumíte dokázat tvrzení pro obecná n a k ? Vyzkoušejte si, co vlastně říká pro nějaké malé hodnoty. Nebo chcete pochopit, co algoritmus dělá? Vyzkoušejte ho na malém vstupu)
 - Zkuste svůj “zásek” vysvětlit parťákům. Nejdřív jim vysvětlíte, čemu **rozumíte** a čemu **nerozumíte** (samotným vám to pomůže uchopit jádro problému). I pokud si parťáci taky neví s úlohou rady, můžou vám pomoci s tím, kde jste se zasekli vy.
 - Když si pořád nevíte rady, přivolejte mě, snad budu umět pomoci :)

Technické detaily.

- Pište mi na koutecky+ads1@iuuk.mff.cuni.cz.
- Web cvičení je na http://research.koutecky.name/db/teaching:ads12021_cviceni
- Na zápočet potřebujete nasbírat 100 bodů, ty můžete získat za:
 - **řešení** domácích úkolů (každé dva týdny, celkový počet bodů asi 150; z každé série musíte korektně vyřešit aspoň jeden příklad, ne nutně do termínu),
 - **opravování** domácích úkolů spolužákům,
 - **zápočtovou práci**
 - (*Naopak nevyžadují **prezenci** – pokud se toho více naučíte jinde/jindy/jinak, klidně na cvičení nechoďte.*)
- Úkoly přijímám **pouze** elektronicky v systému OWL a to jako prostý text / markdown nebo PDF (ideálně vyrobené (La)TeXem, případně z jiného textového editoru, nebo scan nebo **čitelnou** (!!!) fotku (doporučuji např. appku Office Lens)).
- Pokud něčemu nerozumíte, lze to probrat přes OWL – výhoda je, že diskusi uvidí i vaši kolegové a určitě z ní mohou čerpat. Samozřejmě můžete psát i soukromě na mail.
- Pokud budete potřebovat **konzultaci**, zkuste se nejdřív zeptat spolužáků. Když vás bude víc, napište mi mail a domluvíme se.

Algoritmy. Novinář má za úkol za rok napsat reportáž o pracovních podmínkách v jedné nejmenované firmě. Musí tedy vyzkoušet co nejvíce pracovních pozic. Chce ale, aby se mu neustále zvyšoval plat. Firma v různých časech vypisuje pracovní místa. Řečeno matematicky, máme zadánu posloupnost p_1, \dots, p_n reálných čísel a hledáme v ní nejdelší ostře rostoucí vybranou podposloupnost.

Jak můžeme takový problém řešit?

- a) Z definice
- b) Rekurzivně
- c) Rekurzivně s pamětí
- d) Jako grafový problém
- e) S chytrou datovou strukturou

Složitost.

- Co a proč zanedbáváme?
- Co znamená **slovy** $O(n), \Omega(n), o(n), \omega(n)$? A jak to napsat **formálně** (tzn. s kvantifikátory, jako formulí)?

Asymptotika. Nalezněte co nejvíce asymptotických vztahů mezi následujícími funkcemi: $n, \log n, \log \log n, \sqrt{n}, n^{\log n}, 2^n, 3^n, n^{3/2}, n!, n^n$.

\mathcal{O} -součet. Nechtě f_1, f_2 jsou funkce t.ž. $f_1 \in \mathcal{O}(f_2)$. Dokažte, že $f_1 + f_2 \in \mathcal{O}(f_2)$.

\mathcal{O} -max. Dokažte, že $\mathcal{O}(f + g) = \mathcal{O}(\max\{f, g\})$.

Další příklady... Tyto příklady jsou vybrány z projecteuler.net, který doporučuji, chcete-li se naučit prakticky algoritmovat (a zároveň se na tom třeba můžete naučit nový programovací jazyk).

Mocniny 3 a 5. Jak co nejrychleji vypsát n -té nejmenší číslo tvaru $3^i 5^j$?

Lexikografické permutace. Permutace lze uspořádat lexikograficky, např. permutace čísel 0, 1 a 2 mají toto pořadí:

012 021 102 120 201 210

Jak co nejrychleji najít miliontou permutaci množiny $\{0, \dots, 9\}$?

Trojúhelníková čísla s hodně děliteli. i -té trojúhelníkové číslo je číslo vzniklé součtem $1 + 2 + \dots + i$. Jak co nejrychleji najít první trojúhelníkové číslo, které má více než k dělitelů? Pro představu, prvních 7 trojúhelníkových čísel je na tom s děliteli takto:

1: 1
3: 1,3
6: 1,2,3,6
10: 1,2,5,10
15: 1,3,5,15
21: 1,3,7,21
28: 1,2,4,7,14,28

Nejdelší Collatz. Zavedeme jednoduché pravidlo, které pro každé číslo dá nějaké další číslo, a takto získáme jistý řetězec.

$n \rightarrow n/2$ je-li n sudé, $n \rightarrow 3n + 1$ je-li n liché.

začneme-li s číslem 13, dostaneme tuto posloupnost:

$13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

(Tzv. *Collatzova domněnka* říká, že ať začneme v jakémkoliv čísle, dojdeme nakonec do jedničky. Zatím se jí nikomu nepodařilo dokázat – čeká na vás!)

Jak co nejrychleji přijít na to, které číslo pod jeden milion vyprodukuje nejdelší řetězec, než dojde do jedničky?