

Součet. Mějme množinu přirozených čísel a číslo x . Chceme zjistit, zda množina obsahuje dvojici prvků se součtem x .

Minimové okénko. Na vstupu postupně přicházejí čísla. Kdykoliv přijde další, vypíšte minimum z posledních k čísel. Umíte to v $\mathcal{O}(\log n)$? A co teprve v $\mathcal{O}(1)$? To je dost těžké, ale zkuste to amortizovaně v $\mathcal{O}(1)$:-)

Koloniál. Ve Frantově koloniále přicházejí zákazníci a zadávají do fronty objednávku; objednávka je trojice (zboží, množství, jméno zákazníka). Koloniálník Franta by měl rád přehled o tom, zda má na skladě dost příslušného zboží. Navrhněte datovou strukturu pro jeho koloniál, která bude v čase $\mathcal{O}(1)$ vykonávat operace:

- (1) **ENQUEUE**(R) — zařadí objednávku R
- (2) **DEQUEUE**() — vypíše následující objednávku
- (3) **QUERY**(P) — pro produkt P vypíše celkové objednané množství tohoto produktu.

(Předpokládám, že znáte strukturu pro FIFO frontu.) Máte zaručeno, že ve frontě nebude nikdy více než m objednávek, a víte, že v koloniále je celkem n druhů zboží. Najdete řešení v prostoru $\mathcal{O}(n)$? A co $\mathcal{O}(m)$, pro případ, že $m \ll n$?

Nafukovací pole.

- (1) Uvažujme, že bychom pole místo zdvojnásobování nafukovali o konstantu. Dokažte, že se tím pokazí časová složitost.
- (2) Co kdybychom m -prvkové pole zvětšovali rovnou na m^2 ? Počáteční velikost musíme samozřejmě zvětšit na konstantu větší než 1.

Fronta. Ukažte, jak pomocí dvou zásobníků simulovat frontu. Snažte se o amortizovaně konstantní časovou složitost operací (za předpokladu, že zásobník pracuje v konstantním čase).

Čítač s DEC. Uvažme n -bitový čítač, který podporuje operace **INC** a **DEC** (zvýšení a snížení o 1) a **TESTZERO** (zjistí, zda je číslo nulové). Modifikujeme ho tak, že každý bit může nabývat hodnot 0, +1 a -1. Ukažte, že v této reprezentaci je amortizovaná složitost obou operací $\mathcal{O}(1)$.