

**Okénko.** Na vstupu postupně přicházejí čísla. Kdykoliv přijde další, vypište medián a průměr z předchozích  $k$  čísel. Dosáhněte časové složitosti  $\Theta(\log k)$  na jedno vypisání.

**Vylepšování BVS.** Uvažte obecný BVS uchovávající dvojice (klíč, hodnota) setříděné podle klíče. Se zachováním asymptotické složitosti všech operací naučte BVS následující operace:

- (1) Min, Max a průměr v daném intervalu klíčů [*v podstatě už jsme měli posledně*]
- (2) Všimněte si, že min, max a průměr jsou operace asociativní (je jedno, jak prvky uzavorkujeme). Když přidáme ještě podmínku, aby operace nekomutovala (změna pořadí může změnit výsledek – to jsme třeba potřebovali pro medián), jak provádět na BVS jakoukoliv takovou operaci na zadaném intervalu  $[a, b]$  klíčů? (Jinými slovy, odvoďte obecnou metodu, ze které operace pro min, max, medián či průměr vypadnou jako důsledek a používá se jen jejich asociativita.)
- (3) Přičtení  $\delta$  ke všem hodnotám v zadaném intervalu.

**Posloupnost.** Mějme dānu posloupnost  $n$  čísel a chceme najít nejdelší rostoucí podposloupnost (nemusí být souvislá) v čase  $\mathcal{O}(n \log n)$ . (Tuto úlohu jsme již viděli a uměli jsme pro ni řešení hledáním cesty v DAGu, které běželo v  $\mathcal{O}(n^2)$ .)

**$(a, b)$  v jednom směru.** Navrhněte úpravu operací INSERT a DELETE u  $(a, b)$ -stromů tak, aby stromem procházely pouze směrem dolů.

**Seznam.** Sestrojte datovou strukturu pro uložení seznamu tak, abychom rychle uměli najít  $k$ -tý prvek a přesunout ho na začátek.