

Topologické třídění. Jak provést topologické třídění orientovaného grafu v čase $\mathcal{O}(N + M)$? (Na přednášce se ukázal postup odtrháváním zdrojových vrcholů; ten je samozřejmě kvadratický.)

#Nejkratších cest. Kolik existuje nejkratších cest mezi zadanou dvojicí vrcholů?

Stráž. Máme bludiště ve čtvercové síti o rozměrech $N \times N$ se zdmi, hrdinou a pokladem. Chceme najít nejkratší cestu hrdiny k pokladu, aniž by potkal stráž (vyskytl se na stejném políčku jako ona). Stráž má zadanou trasu délky L jako posloupnost (sousedních) políček a po této trase chodí tam a zpět. (Dejte si pozor na analýzu složitosti.)

Orientace rovinného grafu. Je dán neorientovaný rovinný graf. Jak zorientovat jeho hrany tak, aby měl každý vrchol odchozí stupeň nejvýš 3?

Boss. V paměti máte matici sousednosti orientovaného grafu G . Najděte v tomto grafu šéfa a nebo řekněte, že tam žádný není. Šéf je vrchol, ze kterého vede hrana do všech ostatních vrcholů a do něj samotného nevede žádná hrana. Zvládnete to v čase $\mathcal{O}(n)$?

Paralelní plánování. Stavíte dům (či zakládáte školu) a máte *závislostní graf*, tzn. vrcholy jsou úkoly a hrana z u do v (orientovaná) znamená “než se začne pracovat na v , musí být dokončeno u ”. Navíc u každého úkolu mám zadáno, jak dlouho trvá a mám neomezené pracovní prostředky. Chci spočítat, kdy (nejpozději?) mám každou věc začít dělat, abych projekt dokončil co nejdřív. Jak na to?

Kritické vrcholy. Mám graf jako v předchozí úloze a za *kritický* označím takový vrchol, který odpovídá úkolu, jehož zdržení má za následek zdržení celého projektu. Jak vypsat všechny kritické vrcholy?

Vyznačené na cyklu. Mějme orientovaný graf, v němž jsou některé vrcholy vyznačené. Jak poznat, jestli nějaký vyznačený vrchol leží na cyklu?

Hodně cest. Zkonstruuje graf na n vrcholech s $2^{\Omega(n)}$ nejkratšími cestami.

Průjezd městem. Na mapě města mám u každé silnice délku času na průjezd a u každé křižovatky průměrnou dobu čekání. Jak najít nejrychlejší cestu (třeba z mezi dvěma křižovatkami)?