

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)

Domácí úkol 11

Příklad 1. Na cvičení jsme ukázali, že pokud G je souvislý rovinný graf, pak $G = G^{**}$. Dokažte opačnou implikaci.

[2 body]

Příklad 2. Dokažte, že pokud G je rovinný graf, pak $G^* = G^{***}$.

[1 bod]

Příklad 3. *Hranol* grafu G získáme tak, že vezmeme jeho dvě disjunktí kopie $G = (V, E), G' = (V', E')$ a hranou spojíme odpovídající vrcholy (tedy přidáme hrany $\{v_1, v'_1\}, \dots, \{v_n, v'_n\}$). Pro představu: hranol C_4 (čili čtverce) jsou hrany trojrozměrné krychle (nakreslete si to).

[a]. Pokud G měl uzavřený eulerovský tah, bude ho mít i $\text{Hranol}(G)$? Co musí platit, aby $\text{Hranol}(G)$ měl uzavřený eulerovský tah?

[1 bod]

[b]. Pokud byl G bipartitní, bude $\text{Hranol}(G)$ taky bipartitní?

[1 bod]

[c]. V jakém vztahu je $\chi(G)$ a $\chi(\text{Hranol}(G))$ pokud $\chi(G) > 1$?

[1.5 bodu]

[d]. Je graf $\text{Hranol}(\text{Hranol}(C_4))$ rovinný? Pokud ano, nakreslete jej, pokud ne, dokažte, proč ne. (*Hint: všimněte si, že tento graf je bipartitní.*)

[1.5 bodu]