

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)

Cvičení 14. 11. 2013

Příklad 1. Jaká je pravděpodobnost, že náhodná permutace má právě jeden cyklus?

Příklad 2. Buď X je náhodná veličina odpovídající hodu (spravedlivou) mincí, tzn. s pravděpodobností $\frac{1}{2}$ je $X = 0$ a s pravděpodobností $\frac{1}{2}$ je $X = 1$. Buď Y náhodná veličina odpovídající hodu „začarovanou“ (najděte si na Googlu “Quantum Entanglement”) mincí, takže $X = Y$. Buď Z náhodná veličina odpovídající hodu druhou obyčejnou mincí, tzn. je definovaná stejně jako X .

Kolik je $E[X \cdot Y]$? A kolik $E[X \cdot Z]$?

Příklad 3. Sousedům se narodily dvě děti a vy víte, že jedno z nich se jmenuje Pepíček. Jaká je pravděpodobnost, že i druhé z nich je kluk? (Předpokládejme, že každé dítě se narodí náhodně s pravděpodobností $\frac{1}{2}$ jako kluk.)

Příklad 4. (Co byste čekali od šatnářky?) Ctihodní pánové v počtu n ... (to už známe a umíme!) Nechme ale přiřadit šatnářku dle její libosti a spočítáme si její očekávanou hodnotu (tj. kolik pánů při náhodné permutaci klobouků obdrží svůj klobouk).

Příklad 5. Po dlouhé noci se m opilých námořníků vrací do n kajut (rovnoměrně náhodně).

[a]. Kolik bude průměrně námořníků v jedné kajutě?

[b]. Kolik bude průměrně prázdných kajut?

Příklad 6. Zahradnická firma sází po městě stromky; víme, že průměrně 90% z nich přežije. Jaká je pravděpodobnost, že z následujících 13 zasazených stromů, jich:

[a]. Přežije nejvýše 10?

[b]. Přežije alespoň 10?

[c]. Přežije přesně 10?

Příklad 7. Dokažte, že graf je bipartitní, právě když neobsahuje žádnou kružnici liché délky.

Příklad 8. Definujte průměr a poloměr grafu (jak je definovaný geometricky? Jak zavést analogii na grafech?).

Příklad 9. Buď G graf s 9 vrcholy, každý stupně 5 nebo 6. Ukažte, že má buď aspoň 5 vrcholů stupně 6, nebo aspoň 6 vrcholů stupně 5.

Příklad 10. Charakterizujte grafy, které lze nakreslit jedním tahem, jenž nemusí být nutně uzavřený.

Příklad 11. Charakterizujte orientované grafy, které lze nakreslit jedním tahem.