DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)
Cvičení 31. 10. 2013

Příklad 1. Kolik čísel zbude z množiny $\{1, 2, \ldots, 100\}$ po vyškrtání všech násobků čísel
(a) $2, 3, 5$ a 7
(b) $4, 6$ a 9?

Příklad 2. Kolika způsoby lze seřadit do fronty 5 Čechů, 4 Slováky a 3 Maďary tak, aby všichni příslušníci žádného národa netvořili jeden souvislý blok?

Příklad 3. Kolik existuje pořadí písmen $A, B, C, \ldots, O, P$, z nichž vypuštěním některých písmen nelze dostat ani jedno ze slov PONK, DOBA a COP?

Příklad 4. Dokažte vztah

$$\check{s}(n) = n! - n\check{s}(n-1) - \binom{n}{2}\check{s}(n-2) - \cdots - \binom{n}{n-1}\check{s}(1) - 1$$

Příklad 5. Na plese je n manželských párů. Kolika způsoby lze utvořit n tanečních párů, jestliže žádná manželská dvojice netancuje spolu?

Příklad 6. Určete počet permutací s právě jedním pevným bodem, resp. s právě k pevnými body.

Příklad 7. Mějme množiny N, M, $|N| = n, |M| = m$. Kolik existuje zobrazení N *na* M pro
(a) $m = 2$
(b) $m = 3$
(c) obecné m?

Příklad 8. Kolik je všech dělitelů čísla $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_r^{\alpha_r}$?

Příklad 9. Kolika způsoby lze rozdělit n lidí do k skupin, tj., kolik existuje ekvivalencí na n-prvkové množině s právě k třídami?

Příklad 10. V pravidelném dvacetiúhelníku je 9 vrcholů vyznačeno zlatou barvou. Dokažte, že aspoň tři z nich tvoří rovnoramenný trojúhelník.

Příklad 11. Dokažte, že ke každému přirozenému číslu n existují přirozená čísla $r \neq s$ tak, že číslo $3^r - 3^s$ je dělitelné číslem n.

Příklad 12. Na tabuli je za sebou napsáno 2013 přirozených čísel. Ukažte, že z nich lze vybrat několik (alespoň jedno) po sobě napsaných tak, že jejich součet je dělitelný 2013.

email: `martin@koutecky.name`, url: `http://kam.mff.cuni.cz/~alquaknaa/`.