**DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)**
**Domácí úkol 4**

**Příklad 1.** Podívejme se v Pascalově trojúhelníku na jednotlivé položky řádku jako na „cifry“ jakéhosi čísla $P_n$ v desítkové soustavě – pro $n = 2$ to je 121, pro $n = 3$ to je 1331, pro $n = 4$ to je 16051. (Ten poslední případ je asi netriviální, získáme ho následovně: $\binom{5}{0} \cdot 10^0 + \binom{5}{1} \cdot 10^1 + \binom{5}{2} \cdot 10^2 + \binom{5}{3} \cdot 10^3 + \binom{5}{4} \cdot 10^4 + \binom{5}{5} \cdot 10^5$.)

Všimnuli jste si, že $P_2 = 121 = 11^2$, $P_3 = 1331 = 11^3$ a tak dále? Dokažte to obecně, tzn. $P_n = 11^n$.

[1 bod]

**Příklad 2.** Opět Pascalův trojúhelník. Podívejme se tentokrát na $p$-tý řádek pro $p$ prvočíslo. Všimnuli jste si, že všechny prvky tohoto řádku (až na krajní jedničky) jsou násobky toho prvočísla? (Například pro $p = 3$ to je 3 3, pro $p = 7$ to je 7 21 35 35 21 7.) Dokažte, že to platí pro libovolné prvočíslo $p$.

[1 bod]

**Příklad 3.** (Neudělali jsme na cvičení) sečtěte:

*[a].*

$$\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k}$$

[1 bod]

*[b].*

$$\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k}$$

[1 bod]

**Příklad 4.** Spočítejte, kolik je trojic podmnožin $A, B, C$ takových, že $A \subseteq B \subseteq C \subseteq 1..n$.

[1 bod]

**Příklad 5.** Chceme uspořádat pofidérní seznamovací akci, kde postupně měníme rozesazení lidí a chceme, aby se mezi sebou všichni dobře a rovnoměrně poznali.

Přesně řečeno, máme $n = sk$ lidí, kteří sedí u $k$ stolů po $s$ lidech, a chceme, aby se každá $t$-tice lidí potkala **právě** jednou.

*[a].* Kolik různých rozesazení musíme vystřídat pro $s = 3$ a $t = 3$, než toto nastane? Jde to vůbec?

[1 bod]

*[b].* Kolik různých rozesazení musíme vystřídat pro *obecná* $s$ a $t$, než toto nastane? Pro jaká $s$ a $t$ to vůbec jde?

[2 body]

email: `martin@koutecky.name`, url: `http://kam.mff.cuni.cz/~alquaknaa/`.