DISKRÉTNÍ MATEMATIKA (NDMI002)
Domácí úkol 3

Příklad 1. Mějme relaci na $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ takovou že: $(a,b)R(c,d)$ právě tehdy když $min(a,b) \leq min(c,d)$. Rozhodněte, zda se jedná o ČUM a jestli existuje minimální/nejmenší/maximální/největší prvek. A také zda-li existuje pro každé dvouprvkové podmnožiny infimum či supremum. [1 bod]

Příklad 2. Které z těchto relací na množině $\mathbb{N}^2$ jsou uspořádání? Která z těchto uspořádání jsou lineární?
(a) $\leq_A$: $(a,b) \leq_A (c,d)$ právě když $a \leq c$ a zároveň $b \leq d$
(b) $\leq_B$: $(a,b) \leq_B (c,d)$ právě když $a \leq c$ nebo $b \leq d$
(c) $\leq_C$: $(a,b) \leq_C (c,d)$ právě když $a < c$ nebo ($a = c$ a zároveň $b \leq d$)
(d) $\leq_D$: $(a,b) \leq_D (c,d)$ právě když $a \leq c$ a zároveň $b \geq d$

[2 body]

Příklad 3.

[a]. Najděte dvě neizomorfní lineární uspořádaní na $\mathbb{N}$. [1.5 bodu]

[a++]. Najděte nespočetně neizomorfních lineárních uspořádání na $\mathbb{N}$. [1 bodu]

Příklad 4. Dokažte, že Erdös-Szekeres lemma je těsné. Tedy nalezněte posloupnost délky n^2+1, která neobsahuje žádnou neklesající ani nerostoucí posloupnost délky $n+2$. [1.5 body]

Příklad 5.

[a]. Dokažte vzorec $\binom{r}{r} + \binom{r+1}{r} + \binom{r+2}{r} + \cdots + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r+1}$ indukcí podle n (při pevném r). Hint: Pascalův trojúhelník ;) [2 body]

[a++]. Jaký má tento vzorec kombinatorický význam (tzn. co to říká, dívám-li se na kombinační čísla jako na něco o podmnožinách)? [1 bod]

email: `martin@koutecky.name`, url: `http://kam.mff.cuni.cz/~alquaknaa/`.