

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA

Cvičení 3. 11. 2015

Falešné skládání. Necht' R a S jsou relace na množině X a platí, že

$$\forall x, y, z \in X : xRy \wedge yRz \Rightarrow xSz.$$

Nalezněte protipříklad na tvrzení: R je tranzitivní právě tehdy když $S \subseteq R$.

Kombinační čísla II. Dokažte následující vztahy početně i kombinatoricky:

- (1) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.
- (2) $\binom{n}{m} \binom{m}{r} = \binom{n}{r} \binom{n-r}{m-r}$.
- (3) $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$.

Kombinační čísla III. Dokažte následující vztahy početně i kombinatoricky:

- (1) $\sum_{k=r}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}$.
- (2) $\sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{m+n}{r}$.
- (3) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$.

Eratosthenovo síto. Kolik čísel zbude z množiny $\{1, 2, \dots, 1000\}$ po vyškrtání všech násobků čísel

- (1) 2, 3, 5 a 7
- (2) 4, 6 a 9?

Permutace s právě jedním cyklem. Kolik existuje permutací množiny velikosti n , které mají právě jeden cyklus?