DISKRÉTNÍ MATEMATIKA
4. série DÚ. Termín: 3. 11. 2015

Uspořádání po souřadnicích. V uspořádání dvojic $(\{1,\dots,100\}^2, \leq_S)$ najděte nějaký nejdelší řetězec a nějaký největší antiřetězec. Zdůvodněte, proč toto uspořádání neobsahuje žádné delší řetězce ani větší antiřetězce.

Uspořádání $\leq_S$ po obou souřadnicích je definováno následovně: $(a,b) \leq_S (x,y) \Leftrightarrow a \leq x \wedge b \leq y$.

[2 body]

Kombinační čísla I. Dokažte následující vztahy

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$$

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$$

[2×0.75 bodů]

Konference. Na konferenci potkal matematik 5 svých dobrých známých. Jelikož program byl bohatý, setkávali se pouze u obědů. Kolik dní trvala konference, pokud:

- s každým jednotlivcem obědval 10 krát
- s každou dvojicí 5 krát
- s každou trojicí 3 krát
- s každou čtveřicí 2 krát
- s celou pětičí právě jednou
- vždy obědval alespoň s jedním z těchto pěti kamarádů.

[1 bod]

Podmnožiny. Určete počet

(1) uspořádaných dvojic (A,B), kde $A \subseteq B \subseteq \{1,2,\dots,n\}$.
(2) uspořádaných čtveřic (A,B,C,D), kde $A \subseteq B \subseteq D \subseteq \{1,2,\dots,n\}$ a také $A \subseteq C \subseteq D$.

[1 + 1.5 bodů]

email: koutecky@kam.mff.cuni.cz, url: http://research.koutecky.name/teaching/.