DISKRÉTNÍ MATEMATIKA
Cvičení 27. 10. 2015

O dělitelnosti II. Ukažte, že $(\mathbb{N} \setminus \{0\}, |)$ je relace uspořádání a následně ukažte, že má nekonečně mnoho minimálních prvků.

Řetězce a antiřetězce. Nalezněte nejdelší řetězce a antiřetězce na uspořádáních $(\{1, \ldots, n\}, |)$ a $(\mathcal{P}\{1, \ldots, n\}, \subseteq)$.

Sudé podmnožiny. Dokažte, že množina velikosti n má 2^{n-1} sudých podmnožin.

Konference. Na konferenci potkal matematik 5 svých dobrých známých. Jelikož program byl bohatý, setkávali se pouze u obědů. Kolik dní trvala konference, pokud:

- s každým jednotlivcem obědval 10 krát
- s každou dvojicí 5 krát
- s každou trojicí 3 krát
- s každou čtvericí 2 krát
- s celou pěticí právě jednou
- vždy obědval alespoň s jedním z těchto pěti kamarádů.

Podmnožiny. Určete počet

(1) uspořádaných dvojic (A, B), kde $A \subseteq B \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$.
(2) uspořádaných čtveřic (A, B, C, D), kde $A \subseteq B \subseteq D \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ a také $A \subseteq C \subseteq D$.

Dlouhý a ne-příliš zajímavý. Které z těchto relací na množině $\mathbb{N}^2$ jsou uspořádání? Která z těchto uspořádání jsou lineární? Určete jejich nejmenší/největší/minimální/maximální prvky a nakreslete Hasseův diagram:

(1) $\leq_A$: $(a, b) \leq_A (c, d)$ právě když $a \leq c$ a zároveň $b \leq d$
(2) $\leq_B$: $(a, b) \leq_B (c, d)$ právě když $a \leq c$ nebo $b \leq d$
(3) $\leq_C$: $(a, b) \leq_C (c, d)$ právě když $a < c$ nebo ($a = c$ a zároveň $b \leq d$)
(4) $\leq_D$: $(a, b) \leq_D (c, d)$ právě když $a \leq c$ a zároveň $b \geq d$

email: koutecky@kam.mff.cuni.cz, url: http://research.koutecky.name/teaching/.