

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA
2. série DÚ. Termín: 15:40 20. 10. 2015

Zobrazení složená sama na sebe. Mějme zobrazení $f : X \rightarrow X$ na nějaké (konečné) množině X splňující $f \circ f = f$. Příkladem takového tvrzení budiž identita na X . Nalezněte další zobrazení splňující tento vztah. Charakterizujte všechna takováto zobrazení.

[1 bod]

Počet relací. Určete počet relací na n prvcích:

- (1) Všech,
- (2) reflexivních,
- (3) symetrických,
- (4) antisymetrických.

[4 × 0.5 bodů]

Relace na n -tou. Pro relaci R na množině X definujeme indukci relací $R^n : R^1 = R, R^{n+1} = R \circ R^n$.

- (1) Dokažte, že je-li X konečná množina, potom existují $r, s \in \mathbb{N}, r < s$ takové, že $R^r = R^s$.
- (2) Nalezněte relaci na nekonečné množině takovou, že všechny R^n jsou různé – tedy předchozí bod pro nekonečné množiny neplatí.

[1 + 1 bodů]

Fibonacci. O Fibonacciho číslech jste možná už slyšeli. Jsou definována následovně:

- $F_1 = 1$
- $F_2 = 1$
- $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$ pro všechna $i \geq 3$

(Takže prvních několik hodnot je 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...)

Dokažte, že pro ně platí následující rovnost.

$$\sum_{i=1}^n F_i^2 = F_n F_{n+1}$$

[1 bod]