ALGORITMY A DATOVÉ STRUKTURY 1 (NTIN060)
Cvičení 20. 2. 2014

Úvod

Model učení.

- Učení se je jako objevování a prozkoumávání louky, lesa, pohoří, města, kontinentu.
- *V-zóna.* Nemá smysl objevovat známé, a nelze mít neznámý cíl. Nejlepší cíl není ani příliš blízko, ani příliš daleko.
- *Vyznat se.* Navštívit všechny kouty města ještě neznamená vyznat se v něm. Nejlepší rozhodnutí nám pomáhají dělat mapy.
- *Zoom.* Složité chápeme rozložením na čím dál jednodušší. Nedovedeme přemýšlet o *mnoha* jednoduchých věcech naráz, ale umíme je skládat a přemýšlet o *stále složitějších* věcech.

Principy cvičení.

- **Vy** se chcete něco naučit.
- **Já** vám k tomu vytvářím prostor a nabízím vedení.
- Proto je nejdůležitější, co potřebujete **vy**:
  - ... pochopit něco z přednášky
  - ... pochopit příklad ze cvičení atd.
- **Nebojte se** klást otázky, diskutovat s ostatními, chodit po místnosti, ...
- Pár obecných **tipů**:
  - Když si nevíte rady, zkuste si hrát s příklady. (Neumíte si představit, jak algoritmus funguje obecně? Vyzkoušejte si, co přesně dělá pro konkrétní malé vstupy.)
  - Když si pořád nevíte rady, poraďte se se sousedy. Nejdřív jim vysvětlete, čemu **rozumíte** a čemu **nerozumíte** (samotným vám to pomůže uchopit jádro problému). I pokud si sousedé též neví s úlohou rady, můžou vám pomoci s tím, kde jste se zasekli vy.
  - Když si pořád nevíte rady, přivolejte mě, snad budu umět pomoct :)
  - Řešení příkladů budete na cvičení prezentovat vy – vaše myšlení si je bližší!

Obsah cvičení.

- V malých týmech (3-4 lidé) vytváříte mapu pojmů z ADS, zakreslujete do ní úlohy a jejich řešení.
- V pondělí po přednášce přidám zadám úlohy; vy budete hlasovat, kterými se chcete nejvíc zabývat na cvičení.
- Nabízím (a doporučuji) možnost pravidelných konzultací s týmy, osobně či přes skype. Během konzultace bych s vámi přošel vaši mapu a řekl své připomínky k jejímu rozvržení a vašim řešením úloh.
- Na začátku cvičení budeme psát bleskové písemky, abyste měli přehled o tom, čemu rozumíte a čemu ne.

Podmínky zápočtu. Zápočet dostane tým za odevzdání *dobré mapy*; ta splňuje následující:

- Mapa je přehledná, obsahuje všechny základní pojmy (ty zavádím já) a všechny úlohy. Též obsahuje řešení úloh, každé s vaším ohodnocením (0-10), jak kvalitní je.
- Celkové skóre mapy (náročnost úlohy × kvalita řešení) je alespoň 75% maximálního možného skóre.
- Každý člen skupiny přispěl alespoň 20% vašeho skóre.

email: `koutecky@kam.mff.cuni.cz`, url: `http://kam.mff.cuni.cz/~alquaknaa/`.

- Mapu jako skupina obhájíte: předvedete mi některá řešení, která jste označili za kvalitní, a já vám vysvětlím řešení některých úloh, které jste nezvládli vyřešit, čímž si ověřím, čemu rozumíte.
- *Zápočet není za:* prezenci, bleskové písemky, aktivitu ve cvičení atd.

Technické detaily. Všechny podstatné informace budou dostupné na webu cvičení a pošlu vám je emailem.

- Pište mi na `koutecky@kam.mff.cuni.cz`, předmět mailu začněte `[ADS1_2015]`.
- Web cvičení je na `http://kam.mff.cuni.cz/~alquaknaa`
- Mapy budeme vytvářet na serveru `http://metamaps.cc` a budou veřejné.
- Jako řešení úlohy dáte do své mapy odkaz na hezky, srozumitelně sepsaný text, buď ve formátu Markdown (s TeXem) např. na webech `stackedit.io` či `mathb.in`, nebo jako PDF soubor (z LaTeXu či nějakého textového editoru, přinejhorším oscanované řešení psané **čitelně** rukou). Přístup k řešení **nesmí** být veřejný, proto bude ve výše uvedených případech (stackedit / mathbin / PDF) buď na google drive, nebo za heslem, nebo na něj bude odkaz ze zašifrovaného umístění. (Dovysvětlím emailem.)
- (**Nechci** formáty `.doc`, `.docx`, `.odt` atp. Pokud budete mít v mapě řešení úkolu v tomto formátu a já to zjistím až ve chvíli, kdy budete mapu obhajovat, máte smůlu.)

Příklady

Největší díra v matici. Mějme matici velikost $N \times M$. Díra v matici je souvislá podmatice samých nul. Jak co nejrychleji najít tu největší díru v zadané matici?

Algoritmy. Novinář má za úkol za rok napsat reportáž o pracovních podmínkách v jedné nejmenované firmě. Musí tedy vyzkoušet co nejvíce pracovních pozic. Chce ale, aby se mu neustále zvyšoval plat. Firma v různých časech vypisuje pracovní místa.

Řečeno matematicky, máme zadánu posloupnost $p_1, \ldots, p_n$ reálných čísel a hle- dáme v ní nejdelší ostře rostoucí vybranou podposloupnost.

Jak můžeme takový problém řešit?

- Z definice
- Rekurzívně
- Rekurzívně s pamětí
- Jako grafový problém
- S chytrou datovou strukturou

Složitost.

- Co a proč zanedbáváme?
- Co znamená **slovy** $O(n), \Omega(n), o(n), \omega(n)$? A jak to napsat **formálně** (tzn. s kvantifikátory, jako formuli)?

Jak tvrdé je vajíčko? Máme N-patrový dům a víme, že hodíme-li vajíčko z alespoň K-tého patra, rozbije se. Známe N a chceme zjistit K. Jak to udělat na co nejméně pokusů, máme-li k dispozici jediné vajíčko? Dvě vajíčka? Tři? Libovolne mnoho vajíček? (Pokus = hození vajíčka z nějakého patra.)

Nejlepší a nejhorší případ. Jaké znáte třídící algoritmy? Insert, Select, Bubble – zkuste rozmyslet, jaká je jejich složitost v nejlepším a nejhorším případě a jak takové případy vypadají.

Další příklady... Tyto příklady jsou vybrány z `projecteuler.net`, který doporučuji, chcete-li se naučit prakticky algoritmizovat (a zároveň se na tom třeba můžete naučit nový programovací jazyk).

Násobky 3 a 5. Jak co nejrychleji vypsat n-té nejmenší číslo tvaru $3^i 5^j$?

Lexikografické permutace. Permutace lze uspořádat lexikograficky, např. permutace čísel 0, 1 a 2 mají toto pořadí:

```
012   021   102   120   201   210
```

Jak co nejrychleji najít miliontou permutaci množiny $\{0, \ldots, 9\}$?

Trojúhelníková čísla s hodně děliteli. i-té trojúhelníkové číslo je číslo vzniklé součtem $1+2+\cdots+i$. Jak co nejrychleji najít první trojúhelníkové číslo, které má více než k dělitelů? Pro představu, prvních 7 trojúhelníkových čísel je na tom s děliteli takto:

```
 1: 1
 3: 1,3
 6: 1,2,3,6
10: 1,2,5,10
15: 1,3,5,15
21: 1,3,7,21
28: 1,2,4,7,14,28
```

Nejdelší Collatz. Zavedeme jednoduché pravidlo, které pro každé číslo dá nějaké další číslo, a takto získáme jistý řetězec.

$n \to n/2$ je-li n sudé, $n \to 3n + 1$ je-li n liché.

začneme-li s číslem 13, dostaneme tuto posloupnost:

$13 \to 40 \to 20 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$

(Tzv. *Collatzova domněnka* říká, že ať začneme v jakémkoliv čísle, dojdeme nakonec do jedničky. Zatím se ji nikomu nepodařilo dokázat – čeká na vás!)

Jak co nejrychleji přijít na to, které číslo pod jeden milion vyprodukuje nejdelší řetízek, než dojde do jedničky?